

数学 (乙)

1

問1

7で割った余りに対応して次の曜日となる

余り0→日 余り1→月 余り2→火 余り3→水 余り4→木 余り5→金 余り6→土

$100 \div 7 = 14 \cdots 2$ より100を7で割ったときの余りが2から、100日後は火曜日 … \square

$$10 \equiv 3 \pmod{7}$$

$$1000000 = 10^6 \equiv 3^6 \pmod{7}$$

$$3^6 = 9^3 \equiv 2^3 \pmod{7}$$

$$2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$\text{より } 1000000 \equiv 1 \pmod{7}$$

よって1000000を7で割ったときの余りが1から、100万日目は月曜日 … \square

問2

真数条けにより $x-1 > 0$ かつ $x-4 > 0$ から $x > 4$

$$\log_2(x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-4) = 1$$

$$\log_2(x-1) - \frac{\log_2(x-4)}{\log_2 \frac{1}{2}} = 1$$

$$\log_2(x-1) + \log_2(x-4) = 1$$

$$\log_2(x-1)(x-4) = 1$$

から $(x-1)(x-4) = 2$

よって $x^2 - 5x + 2 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \quad x > 4 \text{ より } x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \quad \dots \square$$

問3

$$\overrightarrow{ON} = \frac{3}{5}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b}$$

O, P, Nが一直線上より $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{ON} = \frac{3}{5}k\vec{a} + \frac{2}{5}k\vec{b} \quad \dots \textcircled{1}$

また $\overrightarrow{OL} = \frac{2}{3}\vec{a}$, $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\vec{b}$ で

L, P, Mが一直線上より $\overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OL} + t\overrightarrow{OM} = \frac{2}{3}(1-t)\vec{a} + \frac{1}{2}t\vec{b} \quad \dots \textcircled{2}$

①と②より

$$\begin{cases} \frac{3}{5}k = \frac{2}{3}(1-t) \\ \frac{2}{5}k = \frac{1}{2}t \end{cases}$$

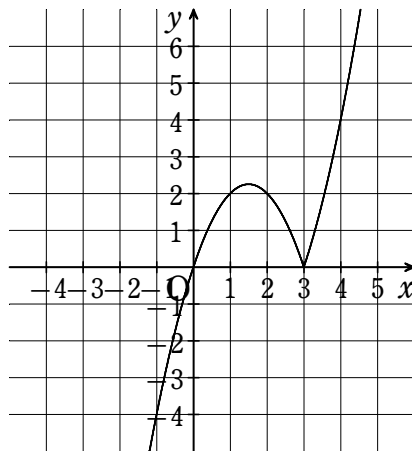
これより $k = \frac{10}{17}$ となり ①より $\overrightarrow{OP} = \frac{6}{17}\vec{a} + \frac{4}{17}\vec{b}$...

2

問1

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-3) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} & (x \leq 3) \\ x(x-3) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} & (3 < x) \end{cases}$$

よって $y = f(x)$ のグラフは右図



問2

$x < 3$ で $f'(x) = -2x + 3$ より $f'(2) = -1$...

問3

$$\begin{aligned} \int_0^4 f(x) dx &= \int_0^3 \{-x(x-3)\} dx + \int_3^4 x(x-3) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^3 + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_3^4 \\ &= \frac{19}{3} \quad \dots \text{} \end{aligned}$$