

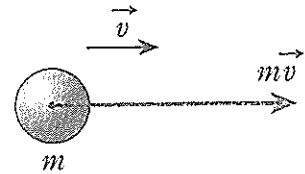
①運動量と力積

(1)運動量

質量 m [kg], 速度 \vec{v} [m/s] の物体の運動量は,

$$m\vec{v} \text{ [kg}\cdot\text{m/s]}$$

運動量は運動の激しさを表す目安の1つであり、ベクトル量である。

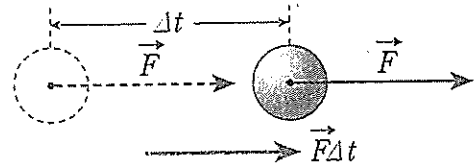


(2)力積

力 \vec{F} [N] を時間 Δt [s] の間物体に加えると, 物体が受ける力積は,

$$\vec{F}\Delta t \text{ [N}\cdot\text{s]}$$

力積もベクトルである。



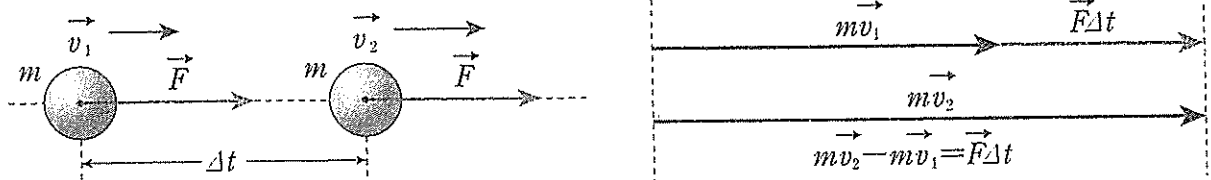
(3)運動量の変化と力積

物体の運動量の変化は, その物体が受けた力積に等しい。

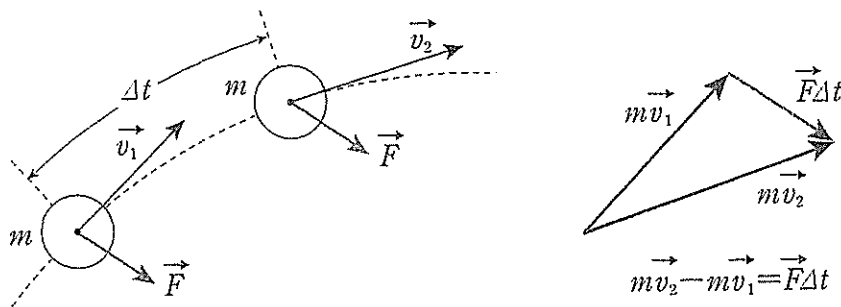
$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t$$

単位については, [kg·m/s] = [N·s] が成り立つ。

(a) 直線上の運動



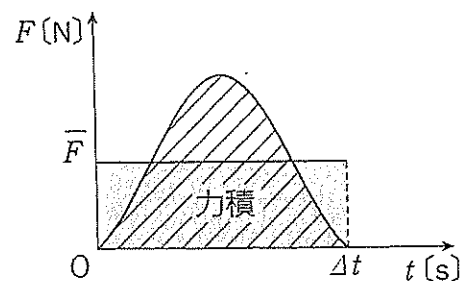
(b) 平面上の運動



(4)平均の力

力が右の $F-t$ グラフで示されるとき, 運動量の変化=力積は斜線の部分の面積になる。平均の力 \bar{F} [N] を使うと力積は $\bar{F}\cdot\Delta t$ で表されるので,

$$\bar{F} = \frac{\text{力積}}{\Delta t} = \frac{\text{運動量の変化}}{\Delta t} = \frac{\text{斜線の部分の面積}}{\Delta t}$$



②運動量保存の法則

(1)物体系

いくつかの物体を一まとまりにして考えるとき、そのまとまりを物体系とよぶ。

(2)内力と外力

内力…考えている物体系内の物体間でおよぼしあう力

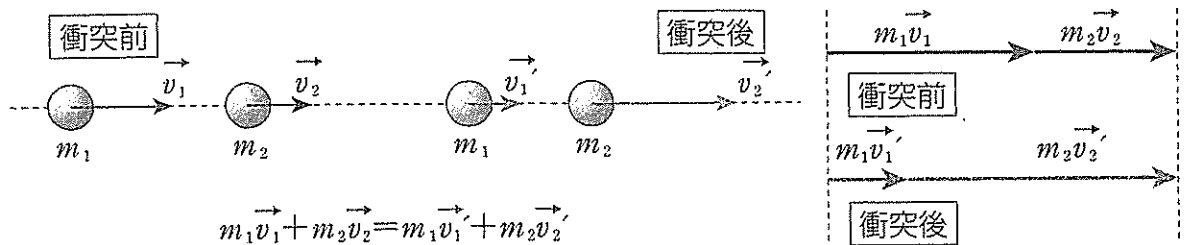
外力…考えている物体系内の物体が物体系外の物体から受ける力

(3)運動量保存の法則

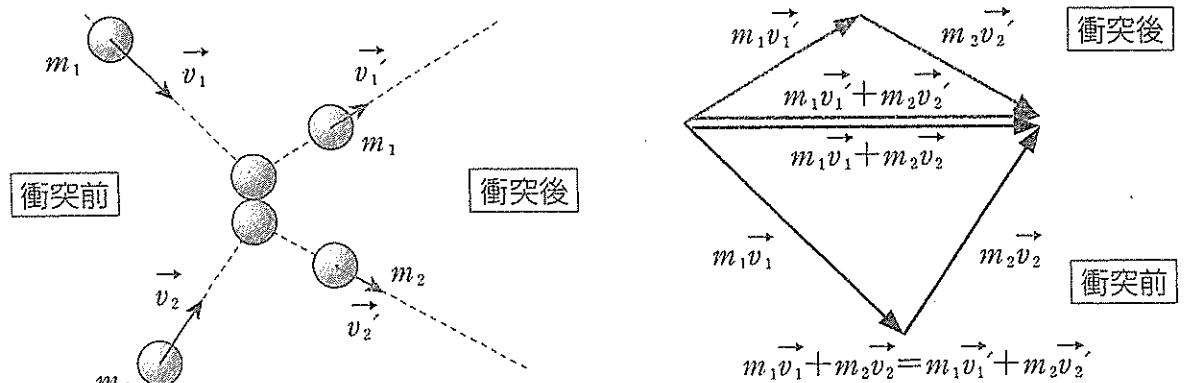
外力がはたらかない場合、考えている物体系の運動量は保存される。

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

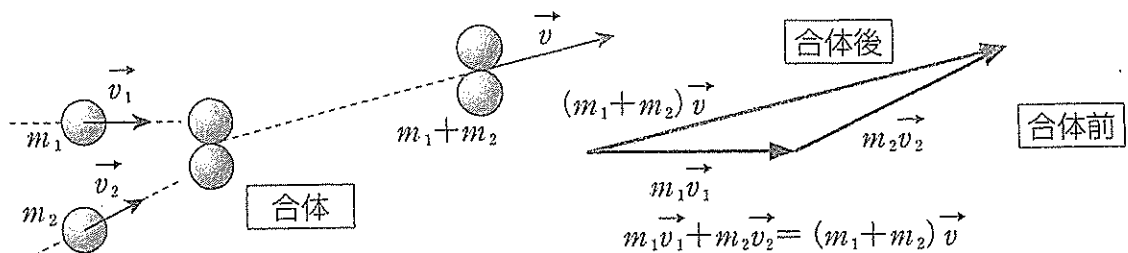
(a) 直線上の衝突



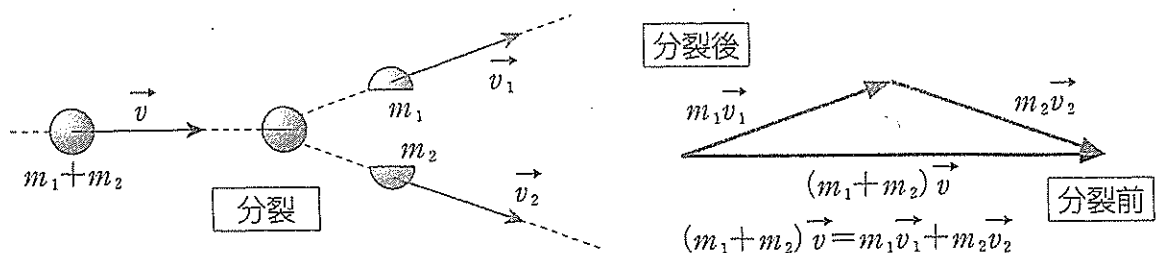
(b) 斜めの衝突



(c) 合体



(d) 分裂



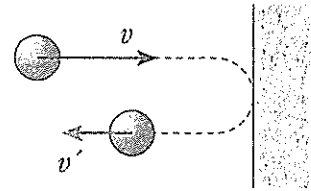
③はねかえり係数

(1)はねかえり係数

直線上を運動している2物体が衝突する場合、衝突後に2球が遠ざかる速さと衝突前に2球が近づく速さの比をはねかえり係数という。

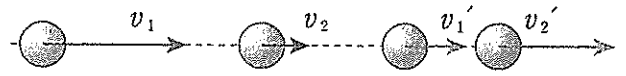
(a) 物体が壁に衝突してはねかえる場合

$$e = \frac{|v'|}{|v|} = -\frac{v'}{v}$$



(b) 直線上で2物体が衝突してはねかえる場合

$$e = \frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$$



(2)はねかえり係数による衝突の分類

衝突前

衝突後

$e=1$ 弾性衝突(完全弾性衝突)(力学的エネルギーは保存する)

$0 \leq e < 1$ 非弾性衝突

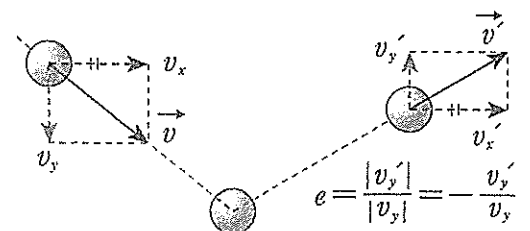
$e=0$ 完全非弾性衝突(合体する)

(3)斜め衝突におけるはねかえり係数

なめらかな面への衝突では、

$$v_x' = v_x \quad (\text{面に平行な成分は変わらない})$$

$$v_y' = -ev_y$$



1 質量 60 kg の人が 10 m/s で走っているときの運動量はいくらか。

2 台車に 2.0 N の力を 5.0 秒間加えつづけたとき、台車に加えた力積の大きさ I [N・s] はいくらか。

3 質量 1.0 kg の台車が斜面を下る間に、速さが 2.0 m/s から 5.0 m/s に増した。台車の運動量は何 $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ だけ増したか。

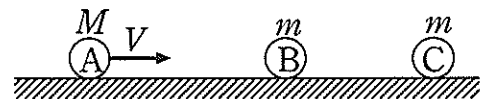
4 40 m/s の速さで水平に飛んできた質量 0.14 kg のボールをバットで打ったところ、ボールは同じ速さで鉛直に上がった。運動量の変化の大きさを求めよ。

5 物体 A が一直線上を進み、物体 B が A を追いかけて一直線上を進んでいる。A の運動量は $1.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ 、B の運動量は $2.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ である。B が A に追突し、A の運動量が $2.6 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ になったとき、B の運動量 p_B [$\text{kg}\cdot\text{m/s}$] はいくらになるか。

6 物体 A と B が一直線上を進み、B が A に追突した。衝突前の A の運動量は $1.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ 、B の運動量は $2.0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ であり、衝突後の A の運動量は $2.6 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ 、B の運動量は $0.4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ であった。このとき、A を 1.0 kg 、B を 0.4 kg とするとき、A と B の間の反発係数 e を求めよ。

- 7 小球が鉛直に落下し、水平な床ではねかえった。小球の速さは衝突の直前と直後で 8.0 m/s , 6.0 m/s であった。小球と床の間の反発係数 e を求めよ。

- 8 質量がともに m の2つの球 B, C がなめらかな平面上に置かれている。この2球を結ぶ直線上を質量 M の球 A が速さ V で B に近づき衝突した。球 B は球 C に向かって動き、球 C と衝突した。

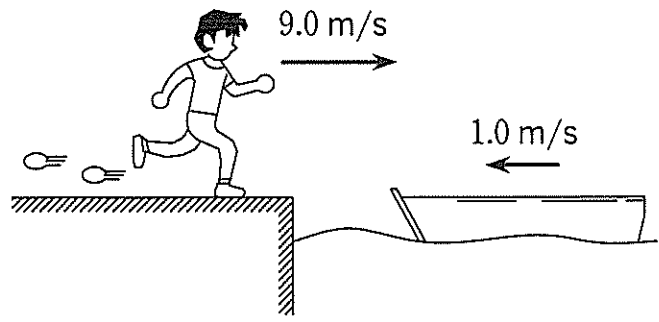


- 3つの球の大きさは等しく、球 A と球 B の間の反発係数は 0.5 である。
- (1) 最初球 A が球 B と衝突したのち、球 A が衝突前と同じ向きに動くための条件を示せ。
 - (2) (1) の衝突後における球 B の速さを求めよ。
 - (3) 球 C と衝突後球 B は静止した。球 B と球 C の間の反発係数を求めよ。

- 9 質量 1.0 kg の台車が 1.0 m/s の速さで進んでいるとき、速度の向きに $F[\text{N}]$ の力を 3.0 秒間加えつづけたところ、台車の速さは 7.0 m/s になった。
- (1) 台車が 1.0 m/s の速さで進んでいるとき、台車の運動量 $p[\text{kg}\cdot\text{m/s}]$ を求めよ。
 - (2) 台車に加えられた力積 $I[\text{N}\cdot\text{s}]$ を求めよ。
 - (3) 台車に加えた力 $F[\text{N}]$ を求めよ。

- 10 地面に静止している質量 0.40 kg のサッカーボールを足で蹴ったところ、 15 m/s の速さで飛んだ。足がボールに与えた力積 $I[\text{N}\cdot\text{s}]$ を求めよ。また、足とボールが接触していた時間を 0.20 秒として、足がボールに及ぼした平均の力 $\overline{F}[\text{N}]$ を求めよ。

- 11 質量 120 kg のボートが、湖の静水上を 1.0 m/s の速さで岸に向かって進んでいる。ボートが岸のすぐ近くまできたとき、陸上を岸に向かって 9.0 m/s の速さで走ってきた質量 60 kg の人が、そのままボートに飛び乗った。ボートの速度はどの向きに何 m/s になるか。ただし、水とボートの抵抗は無視できるものとし、人とボートは同一直線上を運動するものとする。



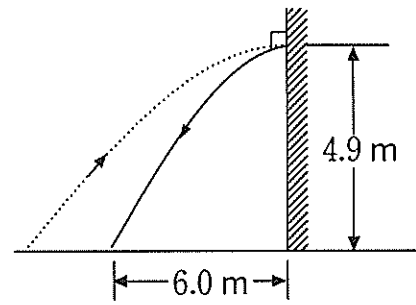
12 摩擦を無視できるなめらかな水平面上を、速さ v で運動している質量 M の物体 A が、静止している質量 m の物体 B に衝突した。衝突の際の反発係数を e とし、また、衝突後の両物体の進む向きは同じであるとして、次の空欄内に式を入れよ。ただし、物体の進む向きを正の向きとする。

衝突前の物体 A の運動量は である。衝突後の物体 A と B の速度をそれぞれ v_1 , v_2 とすると、衝突後の両物体の運動量の和は である。これに運動量保存則を使えば、 の関係式が得られる。また、両物体の衝突前の A に対する B の相対速度は 、衝突後の相対速度は であるから、反発係数 e は で表される。(ウ)と(カ)の関係を用いると、衝突後の速度 v_1 と v_2 を求めることができ、それぞれ $v_1 =$, $v_2 =$ が得られる。

- 13** 高さ 10 m のところからボールを静かに放して床に落としたら衝突してはね上がり、6.4 m (最高点) までもどった。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。
- (1) 反発係数 e を求めよ。
 - (2) 手を放してから床ではねかえり、6.4 m の最高点に達するまでの時間 $T[\text{s}]$ を求めよ。
 - (3) 2 回目に床に衝突する直前の速さと衝突直後の速さをそれぞれ求めよ。

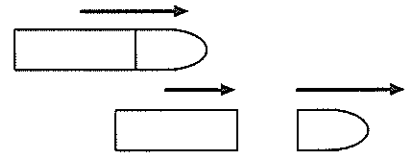
14 鉛直に立ったなめらかな壁の高さ 4.9 m のところに、ボールが 15 m/s の速さで垂直に衝突し、はねかえって壁の手前 6.0 m の地面に落下した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

- (1) 壁に衝突した直後のボールの速さ v_0 [m/s] はいくらか。
- (2) ボールと壁との間の反発係数 e はいくらか。

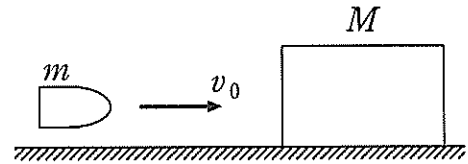


15 (1) 質量 $1.00 \times 10^5 \text{ kg}$ のロケットが $1.00 \times 10^3 \text{ m/s}$ の速さで飛んでいるときに、化学燃料を燃焼させ、 $1.00 \times 10^3 \text{ kg}$ のガスを後方に噴射させた。噴射ガスの速さは噴射前のロケットに対し $2.00 \times 10^3 \text{ m/s}$ であった。ロケット本体の速さ $V[\text{m/s}]$ はいくらになったか。重力の影響は考えない。

(2) ロケットは多段式であったとする。前段部の質量が $2.00 \times 10^4 \text{ kg}$ 、後段部の質量が $8.00 \times 10^4 \text{ kg}$ であったとし、速さが $1.00 \times 10^3 \text{ m/s}$ のときにロケットが分離し、後段部の速さがもとの向きに $5.00 \times 10^2 \text{ m/s}$ になったとすれば、前段部の速さ $V'[\text{m/s}]$ はいくらになるか。



- 16 図のように、水平でなめらかな床の上に質量 M の直方体の物体が静止している。これに質量 m の小さい弾丸を、真横から物体の重心をめがけて、速さ v_0 で水平に打ち込んだ。



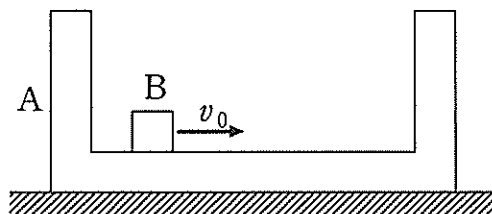
これについて、静止した床から見て、以後の運動を考えてみよう。

弾丸が物体に接触した瞬間を時刻 $t=0$ とする。以後、弾丸は物体中で大きさ R の一定の抵抗力を受けながら、ある深さだけめり込んで、物体に対して静止した(この時刻を T とする)。

はじめの弾丸の進む向きを正とし、すべての運動は一直線上で行われる。

- (1) $t \geq T$ において、一体となった物体と弾丸の速さ V_0 を求めよ。
- (2) $0 < t < T$ の範囲で、床に対する弾丸の加速度 α を求めよ。
- (3) $0 < t < T$ の範囲で、床に対する物体の加速度 β を求めよ。
- (4) 時刻 t ($0 \leq t \leq T$) において、床に対する弾丸の速さ v を求めよ。
- (5) 時刻 t ($0 \leq t \leq T$) において、床に対する物体の速さ V を求めよ。
- (6) 時刻 T はいくらか。与えられた文字で表せ。
- (7) 弾丸が物体中でめり込んだ深さ L を求めよ。
- (8) 物体の床に対する速さ V と時刻 t の関係を、 $0 \leq t \leq 2T$ の範囲で図示せよ。

17 図のように、水平でなめらかな台の上に、質量が M の、へりのついた板 A を置き、その板の上に質量 m の小物体 B をのせ、へりに直角の方向に初速度 v_0 ですべりださせる。B が A のへりと衝突するときの反発係数を e ($0 < e < 1$) とし、A と B の間には摩擦はないものとして、次の問いに答えよ。



- (1) B の初速度の向きを正とすると、1 回目の衝突後の A, B の速度はどうなるか。また、衝突後の A に対する B の相対速度の大きさはいくらか。
- (2) 次に、B は A の反対側のへりと衝突する。2 回目の衝突後の A に対する B の相対速度の大きさはいくらか。
- (3) 衝突をくりかえすたびに A, B の速度は変化するが、A に対する B の相対速度の大きさは連続する衝突で一定の規則性をもつ。その内容を文章で述べよ。
- (4) 終局的に A はある一定の速度になる。その速度 v を求めよ。

18 質量の等しい2球 A, B がある。図のように、球 A が x 軸上を速度 v で静止していた球 B の中心から少しずれたところに弾性衝突したら、2球はそれぞれ球 A の進行方向 (x 軸) から角度 θ と ϕ をなす方向に運動した。弾性衝突では $\theta + \phi = 90^\circ$ であることを示せ。

ただし、 $\cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi = \cos(\theta + \phi)$ であり、 $0^\circ \leq \theta + \phi \leq 180^\circ$ とする。

