

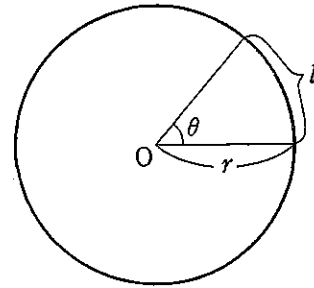
1 等速円運動

(1) 弧度法

円の半径 r に等しい長さの弧に対する中心角は、円の大きさに関係なくつねに一定である。この一定の角を単位 (1 rad) として、角の大きさを表す方法を弧度法という。半径 r 、弧の長さ l のときの中心角 θ は、

$$\theta = \frac{l}{r} \text{ (rad)}$$

円周に対する中心角は 2π [rad], $1 \text{ [rad]} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.3^\circ$ である。



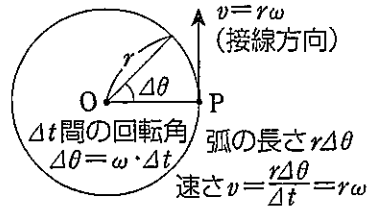
(2) 角速度と速度

円周上を一定の速さで動く運動を等速円運動という。また、円周上を物体 P が運動するとき、単位時間に回転する角度を角速度という。 Δt [s] 間に $\Delta\theta$ [rad] 回転したときの角速度を ω [rad/s] とすると、

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

速度の方向は円の接線方向で、その大きさ v [m/s] は、

$$v = r\omega$$



(3) 周期と回転数

半径 r [m] の円周上を角速度 ω [rad/s]、速さ v [m/s] で等速円運動する物体の周期を T [s]、回転数を n [s^{-1}] とすると、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}, \quad n = \frac{1}{T}$$

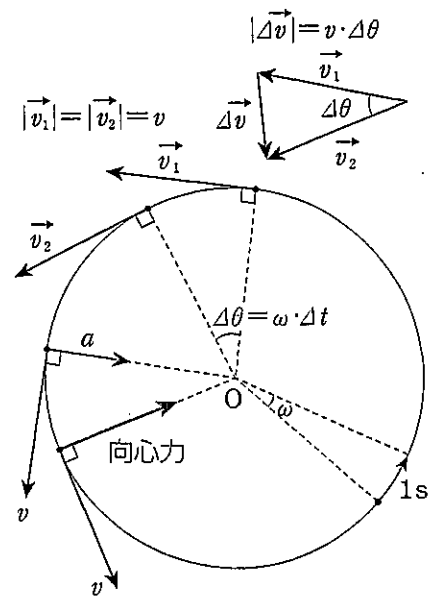
(4) 加速度と向心力

加速度の大きさ a [m/s^2] は、

$$a = \frac{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta\theta}{\Delta t} = \frac{v \cdot \omega \Delta t}{\Delta t} = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

加速度の向きは、つねに中心向き (向心加速度) であるから、円運動している質量 m [kg] の物体には、つねに中心に向かう向心力がはたかっている。その大きさを F [N] とすると、

$$F = ma = mr\omega^2 = m \frac{v^2}{r}$$

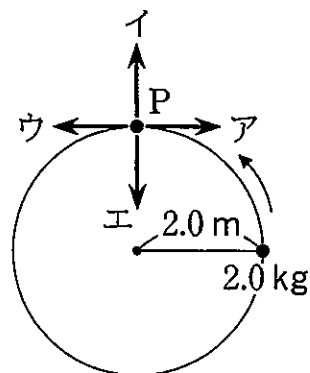


1 円周上を等速で4.0秒間に8.0回転する物体の周期 T [s] と、角速度 ω [rad/s] はそれぞれいくらか。

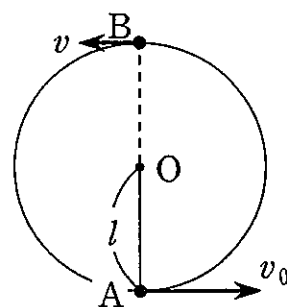
2 半径2.0 m の円周上を、一定の速さで運動している質量0.050 kg の物体があり、1分間に15周している。

- (ア) 物体の速さ v [m/s] はいくらか。
- (イ) 物体の加速度の大きさ a [m/s²] はいくらか。
- (ウ) 物体にはたらく力の大きさ F [N] はいくらか。

- 3 2.0 kg の物体が、右図のような半径 2.0 m の円周上を一定の速さで運動し、4.0 秒間に 1 回転していた。
- (1) 回転の角速度 ω [rad/s] を求めよ。
 - (2) 円周上を動く速さ v [m/s] を求めよ。
 - (3) 加速度の大きさ a [m/s²] を求めよ。また、図の点 P で、その向きはどちら向きか。記号で答えよ。
 - (4) 物体を円運動させるのに必要な力を何というか。また、この物体にはたらくている力の大きさ F [N] を求めよ。



- 4 長さ l の軽い糸の一端に質量 m の小球をつけ、他端を点 O に固定する。小球が最下点 A にあるとき、小球に水平方向の初速度 v_0 を与えたら、小球は鉛直面内で運動し、最高点 B を糸がたるむことなく速さ v で通過した。重力加速度の大きさを g として、 v と v_0 の最小値を g , l を用いて表せ。



5 半径 0.20 m の水平なあらい円板の端に、質量 0.10 kg の小物体 P をのせる。

(1) この円板を、中心を通る鉛直軸のまわりに一定の角速度で回転させた。60 回転するのに要する時間は 157 秒であった。小物体 P が円板とともに回転しているとき

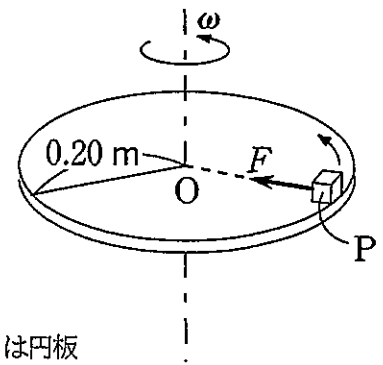
(ア) 小物体 P の回転の角速度 ω は何 rad/s か。

(イ) 小物体 P にはたらく向心力の大きさ F は何 N か。

(2) 次に、回転数を徐々に増していったところ、はじめの 2 倍になったとき、 P は円板から飛びだした。

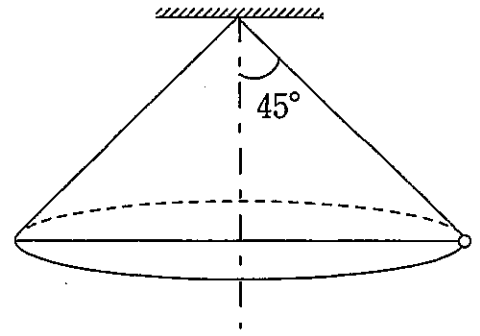
(ウ) 小物体 P にはたっていた摩擦力の向きは、どのような向きか。

(エ) 小物体 P と円板との間の静止摩擦係数を求めよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

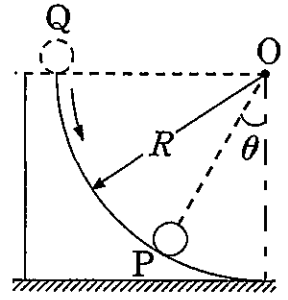


6 長さ $\sqrt{2}$ m の糸に 0.10 kg のおもりをつけ、糸の他端を天井に固定して、おもりを水平に等速円運動させた。円錐の半頂角が 45° のとき、次の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

- (1) おもりの円運動の向心力の大きさ F は何 N か。
- (2) おもりの速さ v は何 m/s か。
- (3) 糸がおもりを引く力 T は何 N か。



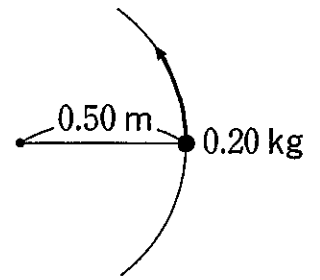
7 図のように、半径 R 、中心角 90° のなめらかな円弧面をもつ台が、水平面に固定されている。台の頂点 Q に質量 m の小物体を静止させてから、円弧に沿って静かにすべらせた。小物体が円弧面上の点 P に来たとき、円弧の中心 O と P を結ぶ直線 OP が鉛直線となす角を θ 、重力加速度の大きさを g として次の問いに答えよ。



- (1) 点 P における小物体の速さ v はいくらか。
- (2) 点 P において、小物体が円弧面から受ける垂直抗力 N の大きさはいくらか。また、 $\theta = 0^\circ$ のとき、 N の値はいくらか。

8 19.6 N の力まで耐える糸の端に、質量 0.20 kg のおもりを
つけ、他端を持っておもりをなめらかな水平面上で半径
0.50 m の円運動をさせた。回転数を徐々に増していくと、
糸が切れておもりが飛びだした。

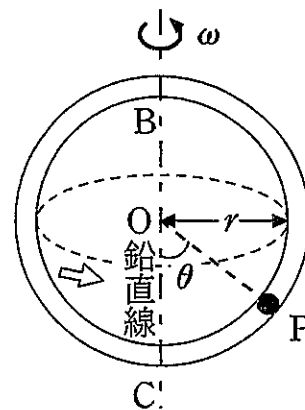
- (1) おもりが飛びだす瞬間の角速度 ω [rad/s] と回転数
 n [Hz] を求めよ。
- (2) おもりが飛びだす方向と、飛びだす速さ v [m/s] を
求めよ。



- 9 赤道上にある質量 1.0 kg の物体が、地球の自転によって受ける遠心力の大きさは $3.4 \times 10^{-2} \text{ N}$ である。もしも、地球の自転の角速度が増して赤道上での遠心力が重力を打ち消したとすると、そのときの地球の自転の周期 T は何時間か。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

10 細い管で半径 r [m] の円形の輪をつくり、この輪が鉛直面内にあるように立てる。管の太さは輪の半径に比べて無視できるものとする。管の中に質量 m [kg] の、大きさを無視できる小物体 P があり、P は管の中を摩擦なしで動くことができる。

輪が中心 O を通る鉛直線 BC を軸として一定の角速度 ω [rad/s] で回転しているとき、小物体 P は右図のように $\angle POC = \theta$ [rad] の位置で管に対して静止していた。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。



- (1) 小物体 P が管の内壁から受ける抗力の大きさ N [N] とその向きを求めよ。
- (2) $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) 小物体 P の加速度の向きと大きさ a [m/s²] を θ を用いずに求めよ。

11 長さ l の糸の端に質量 m の小物体をつけ、他端を点 A に固定する。糸が水平になる位置から物体を静かに放す。重力加速度の大きさを g とする。

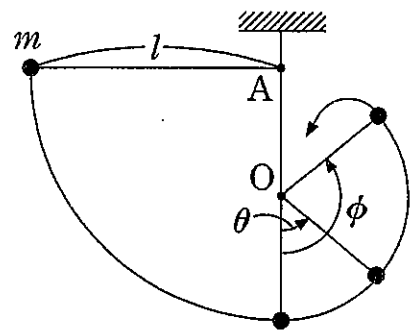
(1) 糸が鉛直になったとき、糸が引く力の大きさ T_1 はいくらか。

A の真下 $\frac{l}{2}$ の点 O に釘を打ちつけておく。

(2) 物体が最下点を通過する前後で、糸が引く力はどのように変化するか。

(3) 物体が図の角 θ の位置に達したときの糸が引く力の大きさ T を求めよ。

(4) 図の角 ϕ で、物体が円軌道から放物線軌道に移る。 $\cos \phi$ の値を求めよ。



12

自動車がカーブを等速で走るとき、点 O を中心とする半径 r の円弧を描いた。道路面は平らで、自動車の横すべりをさまたげる摩擦力の最大値は、道路面からの垂直抗力の μ 倍とする。また、運転者も含めた自動車の全質量を m 、重力加速度の大きさを g とする。

(1) 図1のように道路面が水平で、自動車の速さが v のとき

- (a) 自動車の加速度の大きさ a と向きを求めよ。
 (b) 自動車にはたらく遠心力の大きさ F と向きを求めよ。

(2) 道路面が水平で、自動車の速さが v_0 を越えると、横すべりがおこる。横すべりしない限界の速さ v_0 を r 、 μ 、 m 、 g のいくつかで表せ。

(3) 図2のようにカーブの外側が高い、傾斜した道路で、自動車が水平から角度 θ 傾きながら半径 r の水平な円弧を描いて走るとき、横向きの摩擦力がはたらかないときの自動車の速さを v_1 とする。次の値を r 、 m 、 g 、 θ のいくつかで表せ。

- (a) 速さ v_1 を求めよ。
 (b) 道路面から自動車にはたらく垂直抗力 N を求めよ。

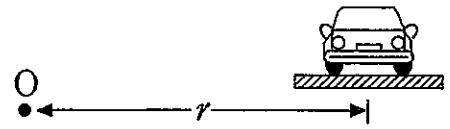


図 1

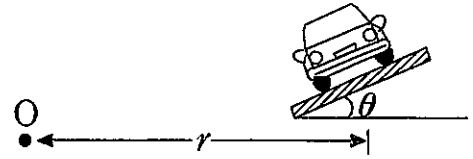


図 2

13 図のように、地面に垂直に立てられた柱の先端に、質量 m の小球のついた自然の長さ l 、ばね定数 k のばねが取り付けられている。柱を回転させ、角速度が ω のとき、ばねは長さ x だけ伸び、柱とばねのなす角は θ になった。小球とともに運動する系から見ると、小球にはたらく力のつりあいの式は次のようになる。

水平方向 → ……①

鉛直方向 → ……②

- (1) 重力加速度の大きさを g とし、空所を適切な式で示せ。
- (2) ①式から x を m, l, k および ω を用いて表せ。
- (3) 柱の角速度がある値に近づいたところで、ばねの伸びが急に増大する。この角速度はいくらか。また、このとき、柱とばねのなす角度はどのようなになるか。

